

Ćwiczenie nr 10. Pomiary w warunkach dynamicznych.

***Cel ćwiczenia:** Poznanie zasady pomiaru charakterystyki dynamicznej oraz sposobu wyznaczania parametrów dynamicznych czujników.*

Program ćwiczenia:

1. Zarejestrować odpowiedź na skokową zmianę temperatury dla wskazanych czujników temperatury (w osłonie i bez).
2. Pomiary wykonać w różnych ośrodkach: (np. powietrzu, oleju i wodzie). Odpowiedź zarejestrować zarówno przy dodatnich jak i ujemnych skokach temperatury.
3. Zarejestrowane charakterystyki znormalizować.
4. Określić dla każdego przypadku parametry dynamiczne czujnika: stałą czasową.
5. Porównać wyniki: tych samych czujników przy skoku dodatnim i ujemnym (oddzielnie dla każdego ośrodka), w powietrzu przy różnych prędkościach przepływu.
6. Zarejestrować odpowiedź badanego czujnika na wymuszenie okresowe o różnych częstotliwościach. Określić wartość stałej czasowej czujnika i porównać ją z wartością stałej czasowej tego czujnika uzyskanej na podstawie odpowiedzi na skok wartości.
7. Sprawdzić dla wybranych przypadków, na ile dokładnie element inercyjny pierwszego rzędu opisuje zachowanie się rzeczywistych przetworników temperatury.

Wprowadzenie:

Użytkownicy czujników i przetworników są przyzwyczajeni do operowania charakterystykami statycznymi tj. zależnościami wiążącymi wartości sygnałów na wyjściu i wejściu, przy założeniu, że sygnał wejściowy ma stałą wartość lub jest na tyle wolnozmienny, że sygnał wyjściowy zmienia się praktycznie jednocześnie z sygnałem wejściowym. W sytuacjach, gdy sygnał wejściowy (wielkość mierzona) zmienia się w funkcji czasu, statyczny opis czujnika może być niewystarczający. W czujnikach i przetwornikach pomiarowych, jak we wszystkich układach fizycznych, zachodzą bowiem przemiany energetyczne (np. akumulacja, rozpraszanie), a osiągnięcie stanu ustalonego wymaga upływu czasu. Jeżeli sygnał na wejściu przetwornika zmienia się w tempie porównywalnym z szybkością przemian energetycznych zachodzących w samym czujniku, to nie istnieje prosta, niezależna od czasu relacja wejście-wyjście i wymagany jest inny niż charakterystyka statyczna opis formalny. Można zatem powiedzieć, że właściwości dynamiczne czujników opisują zachowanie się tych układów w stanach nieustalonych (przejściowych).

Z codziennego doświadczenia wiadomo na przykład, że włożenie termometru rtęciowego, wskazującego określoną temperaturę, do kąpeli o innej temperaturze powoduje, że wskazania termometru zmieniają się i dopiero po pewnym czasie praktycznie ustalają. Oznacza to, że termometr przez pewien czas nie wskazuje wartości poprawnej tzn. jego wskazanie obciążone jest błędem. Błąd taki nazywany jest błędem dynamicznym (ujawniającym się tylko przy zmianach sygnału wejściowego czujnika). Znajomość właściwości czujników w warunkach dynamicznych jest istotna ze względu na:

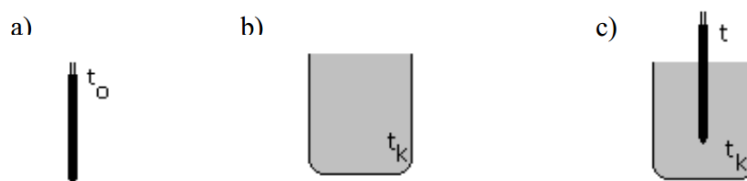
- określenie minimalnego czasu pomiaru (przebywania czujnika w ośrodku w celu ustalenia się wskazań przy pomiarach dorywczych),
- określanie wartości błędów w celu właściwego doboru czujników do określonych zadań np. w automatyce,
- stworzenie możliwości porównywania czujników,

Ćwiczenie nr 10. Pomiary w warunkach dynamicznych.

- możliwości dokonywania sprzętowej i programowej korekcji błędów w warunkach dynamicznych.

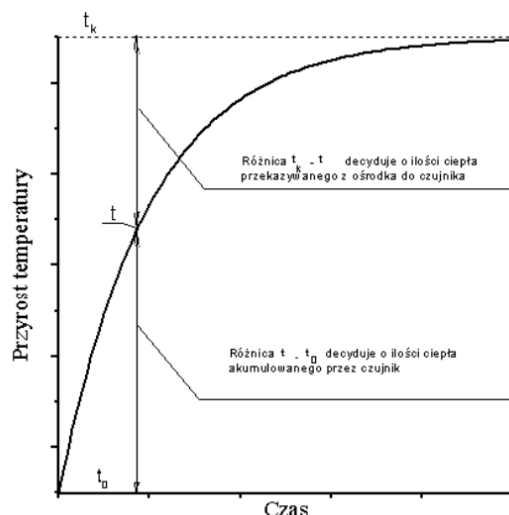
I. Czujnik temperatury w warunkach dynamicznych

Zachowanie się przetworników pomiarowych w warunkach zmiennych w czasie można zilustrować na przykładzie nieosłoniętych czujników temperatury. Jeżeli temperatura początkowa takiego czujnika jest stała i wynosi t_0 , a czujnik przeniesie się bardzo szybko (teoretycznie nieskończenie szybko - stąd mówimy o skoku wartości) do ośrodka o temperaturze t_k , to chwilowe wskazanie t takiego czujnika (sygnał wyjściowy) można obliczyć na podstawie bilansu energetycznego (przy tym $t_k > t_0$ oznacza skok dodatni a $t_k < t_0$ skok ujemny).



Rys. 1 Praktyczna realizacja dodatniego skoku wartości. a) czujnik o temperaturze początkowej t_0 , b) kąpiel o temperaturze $t_k > t_0$, c) czujnik umieszczony w kąpeli wskazuje temperaturę t . W stanie nieustalonym $t_k > t > t_0$

Przy skoku dodatnim energia dostarczana jest (przez konwekcję) z ośrodka do czujnika, a czujnik w swojej masie akumuluje dostarczane ciepło. Ilość ciepła dostarczanego w danej chwili do czujnika jest proporcjonalna do różnicy temperatury kąpeli t_k i chwilowej temperatury tego czujnika t . Ilość ciepła akumulowanego przez czujnik jest proporcjonalna do różnicy chwilowej temperatury czujnika t i jego temperatury początkowej t_0



Rys. 2 Charakterystyka odpowiedzi czujnika na skokową zmianę wartości wejściowej

Formalnie bilans energetyczny można zapisać w następujący sposób: Energia dostarczana do czujnika w jednostce czasu (moc P) wynosi:

$$P_{dostarczona} = (t_k - t)/R \quad [W] \quad (1)$$

gdzie: $R = 1/\alpha A$ – opór przejmowania ciepła na powierzchni czujnika
 α [W/m² K] współczynnik przejmowania ciepła na powierzchni czujnika
 A [m²] powierzchnia czujnika

a energia akumulowana przez czujnik wynosi:

$$Q_{akumul} = C(t - t_0) \quad [J] \quad (2)$$

Szybkość zmian procesu akumulacji wynosi

$$\frac{d}{d\tau} Q_{akumul} = C \frac{d}{d\tau} (t - t_0) \quad [W] \quad (3)$$

gdzie: $C = mc$ – pojemność cieplna,

m [kg] masa czujnika,

c [J/kg K] ciepło właściwe czujnika

τ [s] czas

Przyrównując stronami zależności (1) i (3) uzyskuje się

$$(t_k - t)/R = C \frac{d}{d\tau} (t - t_0) \quad (4)$$

Wprowadzając oznaczenie

$$RC = \frac{mc}{\alpha A} = T \quad (5)$$

oraz przyjmując oznaczenia:

$$\vartheta = t - t_0$$

$$\text{oraz} \quad \vartheta_k = t_k - t_0$$

można napisać, że $t_k - t = \vartheta_k - \vartheta$

Po uporządkowaniu zależność (4) przyjmuje następującą postać

$$T \frac{d\vartheta}{d\tau} + \vartheta = \vartheta_k \quad (6)$$

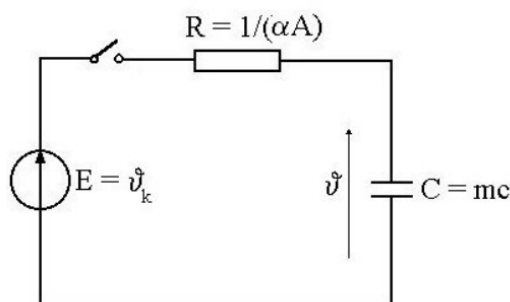
Zależność (6) przedstawia liniowe równanie różniczkowe pierwszego rzędu. Układ (czujnik, przetwornik) opisywany zależnością (6) nazywany jest członem inercyjnym pierwszego rzędu, a stała T (równ. (5)) nazywana jest stałą czasową. Jej jednostką jest [s].

Istnieje prosty analog elektryczny przedstawionego powyżej procesu. Iloczyn $mc = C$ stanowi pojemność cieplną C – analog pojemności elektrycznej, natomiast wyrażenie $(1/\alpha A) = R$ stanowi rezystancję cieplną – analog rezystancji elektrycznej.

Zatem analogiem elektrycznym czujnika temperatury jest szeregowy układ RC – Rys. 3, a równanie (6) opisuje również jego zachowanie, przy czym ϑ jest różnicą potencjałów na pojemności C a ϑ_k jest równa sile elektromotorycznej źródła E . Realizacji skoku wartości odpowiada zamknięcie wyłącznika w obwodzie.

Zależność (6) ma charakter ogólny, a jej rozwiązanie, przy znanej wartości stałej czasowej T , pozwala określić przebieg sygnału wyjściowego czujnika jako odpowiedzi na wymuszenia (sygnał wejściowy) o różnym kształcie (skok wartości, liniowy narost temperatury, wymuszenie sinusoidalnie zmienne itd.).

Jeżeli wartość stałej czasowej nie jest znana, to rozwiązanie zależności (6) przy konkretnym wymuszeniu, podawanym na wejście, stanowi podstawę do wyznaczenia tej wartości.



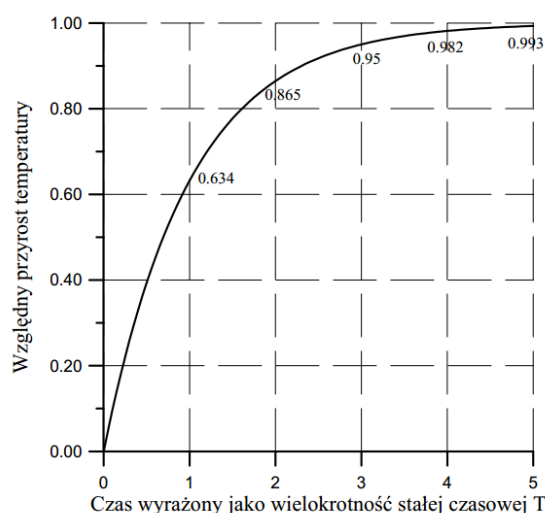
Rys. 3 Analog elektryczny czujnika poddanego skokowi temperatury

II. Wyznaczanie stałej czasowej czujnika na podstawie odpowiedzi na skok

Stałą czasową rzeczywistego czujnika można stosunkowo prosto określić na podstawie znajomości odpowiedzi tego czujnika na skok dodatni. Wtedy rozwiązanie równania (6) jest dane równaniem (7). Można powiedzieć, że równanie (7) przedstawia unormowane (w przedziale od 0 do 1) zmiany temperatury wskazywanej przez czujnik.

$$\frac{\vartheta}{\vartheta_k} = 1 - e^{-\frac{\tau}{T}} \quad (7)$$

Zależność (7) jest przedstawiona na Rys. 4 oraz w Tab. 1. Jak widać z Rys. 4 i tab.1, po upływie czasu równego jednej stałej czasowej czujnika, jego sygnał wyjściowy wynosi 0.632 wartości ustalonej, a po upływie czasu równego pięciu stałym czasowym, sygnał wyjściowy czujnika różni się od wartości ustalonej o 0.005 to jest o 0.5%.



Rys. 4 Odpowiedź czujnika na skok dodatni

Tab. 1 Zależność względnych zmian temperatury ϑ/ϑ_k od czasu τ , wyrażonego jako wielokrotność stałej czasowej T

τ	T	$2T$	$2.3T$	$3T$	$4T$	$4.6T$	$5T$
ϑ/ϑ_k	0.632	0.86	0.90	0.95	0.98	0.99	0.995

Wartość stałej czasowej T można określić graficznie, znajdując z wykresu odpowiedzi na skok wartości temperatury wartość czasu, po którym wartość względnej zmiany temperatury wynosi 0.632. Można również analitycznie aproksymować uzyskane wyniki $\vartheta(\tau)$ zależnością (7) i znaleźć rozwiązanie ze względu na T .

W przypadku skoku ujemnego (przeniesienia czujnika z ośrodka o temperaturze wyższej do ośrodka o temperaturze niższej) – odpowiedź czujnika jest dana równaniem (8)

$$\frac{\vartheta}{\vartheta_k} = e^{-\frac{\tau}{T}} \quad (8)$$

które również może stanowić podstawę do wyznaczenia wartości stałej czasowej.

Ćwiczenie nr 10. Pomiary w warunkach dynamicznych.

III. Odpowiedzi czujnika na wymuszenia liniowe i okresowe

a. wymuszenie liniowe

Odpowiedź czasowa układu inercyjnego pierwszego rzędu na wymuszenie liniowe

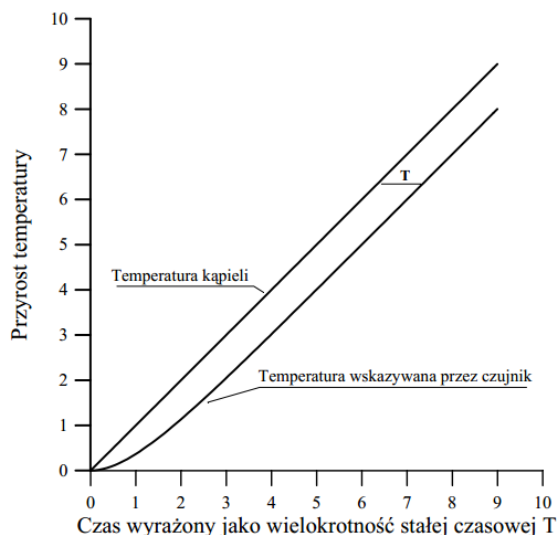
$\vartheta(\tau) = a\tau$ ma postać

$$\vartheta(\tau) = a\tau - aT(1 - e^{-\frac{\tau}{T}}) \quad (9)$$

Zależność (9) oznacza, że po upływie czasu τ równego kilku stałym czasowym, odpowiedź czujnika jest przesunięta względem pobudzenia dokładnie o wartość czasowej

$$\vartheta(\tau) = a\tau - aT = a(\tau - T) \quad (10)$$

co ilustruje Rys.5. Zatem, jeśli dysponuje się sprzętem umożliwiającym realizację liniowego narostu temperatury to określenie stałej czasowej czujnika staje się bardzo łatwe.



Rys. 5 Odpowiedź członu inercyjnego pierwszego rzędu na pobudzenie liniowe

W świetle zależności (9) i Rys. 5 widać dlaczego zdejmowanie charakterystyki statycznej w warunkach quasi ustalonych (np. powolny narost temperatury) może dawać błąd. Jego wartość wynosi

$$\Delta\vartheta(\tau) = -aT \quad (11)$$

Przykład

Stała czasowa czujnika $T = 30$ s. Czujnik znajduje się w ośrodku zmieniającym liniowo temperaturę z szybkością $a = 1$ °C/min. Wskazanie czujnika różni się od wskazania ośrodka o wartość

$$\Delta\vartheta(\tau) = -aT$$

czyli

$$\Delta\vartheta(\tau) = -0,5 \text{ [min]} \cdot 1^\circ\text{C/min} = -0,5^\circ\text{C}.$$

Powyższy przykład stanowi dobrą ilustrację faktu, że mimo dość wolnego narostu temperatury i stosunkowo małej wartości stałej czasowej czujnika, wartość błędu jest stosunkowo duża.

b. wymuszenie okresowe

Temperatura stanowiąca wymuszenie może zmieniać się harmonicznym wokół wartości średniej np.

$$t = t_s + \vartheta \sin(\omega\tau) \quad (12)$$

gdzie: $\omega = 2\pi f_0 = 2\pi/T_0$

f_0 – częstotliwość (T_0 – okres) oscylacji

t_s – temperatura średnia

Ćwiczenie nr 10. Pomiary w warunkach dynamicznych.

Odpowiedź czujnika na takie wymuszenie ma również postać odpowiedzi harmonicznego wokół wartości średniej z tym, że zmianie (w tym wypadku zmniejszeniu) ulega amplituda sygnału na wyjściu czujnika zależność (13):

$$t_{czujnika} = t_0 + k \vartheta \sin(\omega t + \varphi) \quad (13)$$

gdzie: ϑ – amplituda oscylacji

$$k = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega T_0)^2}} \quad (14)$$

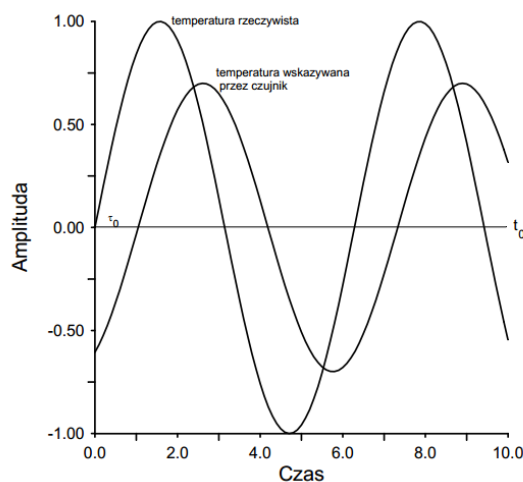
Obserwuje się również opóźnienie sygnału wyjściowego czujnika w stosunku do sygnału wejściowego. Opóźnienie to wyrażone w jednostkach kąta (przesunięcie fazowe) wynosi:

$$\varphi = \arctg(2\pi f T) \quad (15)$$

a w jednostkach czasu

$$\tau_0 = \frac{\varphi}{2\pi} \quad (16)$$

Zależności (13) – (16) są zilustrowane na Rys. 6.



Rys. 6 Odpowiedź czujnika na wymuszenie harmoniczne

Przykład

Temperatura powietrza w klimatyzowanym pomieszczeniu zmienia się okresowo co 5 minut, ($T_0 = 300$ s), a amplituda tych zmian wynosi $\vartheta = 2$ °C. Stała czasowa czujnika wynosi $T = 20$ s. Jaką wartość oscylacji temperatury wskazuje ten czujnik?

Zgodnie z zależnością (14):

$$k = \frac{1}{1 + (2 * \pi * \frac{20}{300})^2} = 0,92$$

Zatem na podstawie zależności (13) można stwierdzić, że czujnik wskazuje oscylacje $0.92 * 2^\circ\text{C}$ czyli 1.84°C zamiast 2°C .

Opóźnienie sygnału wynosi $\varphi = \arctg(2\pi 20/300) = 22.7^\circ$

lub w jednostkach czasu

$\tau_0 = (22.7^\circ/360^\circ) = 18.8$ s przy okresie sygnału $T_0 = 300$ s.

W przypadku, gdy znana jest pulsacja ω sygnału harmonicznego oraz stała czasowa czujnika T , możliwa jest korekcja wskazań z wykorzystaniem zależności (13) i (14), tj. obliczenie wartości poprawnej oscylacji na podstawie wartości wskazywanych przez czujnik. Problem staje się bardziej złożony w przypadku sygnałów poliharmonicznych oraz sygnałów nieokresowych.

Ćwiczenie nr 10. Pomiary w warunkach dynamicznych.

Zwiększanie częstotliwości przebiegu badanego powoduje zmniejszenie amplitudy sygnału wskazywanego przez czujnik (zależność (13) i (14)) aż do zaniku tych oscylacji; czujnik wskazuje wtedy wartość średnią sygnału wejściowego – t_0 w przypadku opisanym zależnością (13).

IV. Uwagi dodatkowe

Należy podkreślić, że stała czasowa T określona zależnością (5) nie ma stałej wartości, ze względu na zależność współczynnika ciepła α od warunków pomiaru. Współczynnik ten uwzględnia w sposób syntetyczny styk ośrodek-czujnik, a w szczególności:

- rodzaj płynu, w którym znajduje się czujnik (ciecz, gaz)
- prędkość ośrodka względem czujnika
- istnienie na powierzchni czujnika cienkiej warstwy laminarnej płynu, zależnej od stanu powierzchni czujnika oraz od prędkości płynu.

Współczynnik przejmowania ciepła może się zmieniać w szerokich granicach:

- w spokojnym powietrzu $\alpha = 3,5 - 35 \text{ W/m K}$
- w powietrzu w ruchu $\alpha = 12 - 580 \text{ W/m K}$
- w cieczy w ruchu $\alpha = 230 - 5800 \text{ W/m K}$

Tak więc, pomijając poczynione poniżej założenia idealizujące, stała czasowa określa właściwości czujnika w ściśle określonych warunkach, zależnych od stanu ośrodka otaczającego czujnik. Niestalaść stałej T może mieć istotnie znaczenie dla układów sprzętowej i programowej korekcji błędów dynamicznych.

W odniesieniu do czujników temperatury, równanie różniczkowe pierwszego rzędu (6) opisuje czujnik bez osłony jako układ skupiony i to w warunkach wyidealizowanych, przyjmuje się bowiem następujące założenia:

- *czujnik jest całkowicie zanurzony w ośrodku badanym i nie zakłóca go, tzn. energia pobierana przez czujnik nie powoduje istotnej zmiany energii ośrodka,*
- *czujnik wymienia energię wyłącznie z ośrodkiem badanym i to tylko na drodze konwekcji,*
- *energia pobrana przez czujnik jest przez czujnik wyłącznie akumulowana,*
- *czujnik powinien mieć nieskończoną przewodność cieplną, aby jego temperatura była w każdej chwili wyrównana w całej objętości,*
- *z założenia charakterystyka statyczna czujnika musi być liniowa.*

Pytania kontrolne

1. Wymień i podaj definicję parametrów dynamicznych czujników?
2. Co to jest stała czasowa i jak ją wyznaczamy?
3. Narysuj przykładową charakterystykę odpowiedzi czujnika na skokową zmianę sygnału wejściowego?

Literatura

- [1] Romer E.: Miernictwo Przemysłowe, WNT Warszawa
- [2] Michalski I., Eckersdorf K.: Pomiary temperatury, WNT Warszawa 1971, Wyd. II
- [3] Hagel A.: Miernictwo dynamiczne, WNT Warszawa 1975